



# OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA

## ETAPA JUDEȚEANĂ 7.03.2025

### CLASA a VIII-a

#### 1. Tétel (7 pont)

a) Adott az  $a = \sqrt{2^4} + \sqrt{\frac{5}{0,0(2)}} + \sqrt{\frac{55}{0,0(02)}} + \sqrt{\frac{555}{0,0(002)}}$  szám. Állapítsátok meg a következő kijelentés logikai értékét: “ $\sqrt{a}$  természetes szám”.

b) Mutassátok ki, hogy  $\sqrt{2024 \cdot 2025 + \sqrt{2024 \cdot 2025 + \sqrt{2024 \cdot 2025}}} < 2025$

#### 2. Tétel (7 pont)

a) Számítsátok ki az  $a, b, c$  valós számok számtani középátlóját ha tudjuk, hogy  $(3x + 1)^3 - 12x - 4 = (3x + a)(3x + b)(3x + c)$ , bármely  $x \in \mathbb{R}$ .

b) Legyen  $E(x) = \left[ \frac{1}{(x-2)(x+2)(x^2+4)+16} - \frac{1}{25-(5-x)(5+x)} \right] : 2 \cdot \frac{x^4}{x+1}$ , ahol  $x \in \mathbb{R} - \{-1; 0\}$ .  
Oldjátok meg az  $E(x) = -1012$  egyenletet.

#### 3. Tétel (7 pont)

Adott a  $VABC$  szabályos háromoldalú gúla. Az oldalél hossza  $8\sqrt{6}$  cm és az alap síkjával bezárt szög mértéke  $60^\circ$ .

a) Bizonyítsátok be, hogy az élek hosszának összege kisebb mint  $84\sqrt{2}$  cm

b) Ha a  $(VBC)$  oldallap apotémája  $VD$ , határozzátok meg a  $(VAD)$  és  $(VAB)$  síkok által alkotott lapszögnek megfelelő síkszög tangensét.

#### 4. Tétel (7 pont)

Legyen  $ABCD A'B'C'D'$  kocka és  $M \in DC$  úgy, hogy  $3DM = DC$  és  $AM = 3\sqrt{10}$  cm. Az  $M$  pontból húzott merőleges az  $AM$ -re a  $BC$ -t az  $N$  pontban metszi.

a) Határozzátok meg a kocka átlójának a hosszát.

b) Mutassátok ki, hogy  $CD' \parallel (BDE)$ , ahol  $E$  az  $AA'D'D$  oldallap középpontja.

c) Legyen  $P \in CC'$  úgy, hogy  $PC = 2$  cm. Számítsátok ki, az  $AC$  és  $NP$  egyenesek által alkotott szög mértékét.

*Subiectele au fost - propuse de prof: Elena Măgdaș, Școala Gimnazială "Horea" Cluj-Napoca*

*prof: Ioana Ludușan, Colegiul Național "Gheorghe Șincai" Cluj-Napoca*

*- traduse de prof. Edit Szasz, Colegiul Tehnic Turda*

**Minden tétel kötelező.**

**Munkaidő – 2 óra.**

**„Binele ce-l faci la oarecine, ți-l întoarce vremea care vine”**

**Anton Pann**

**Succes!**